

Bài	Ý	Hướng dẫn	Điểm
1	1	Ta có: $x = 4 - 2\sqrt{3} \Rightarrow x = 3 - 2\sqrt{3} + 1 \Rightarrow x = (\sqrt{3} - 1)^2$ (TMĐK) $\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} \Rightarrow \sqrt{x} =  \sqrt{3} - 1  \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{3} - 1$ .	0,25
		Thay $\sqrt{x} = \sqrt{3} - 1$ vào A, ta được: $A = \frac{1 - (\sqrt{3} - 1)}{1 + (\sqrt{3} - 1)} = \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} - 3}{3}$ . Vậy $A = \frac{2\sqrt{3} - 3}{3}$ khi $x = 4 - 2\sqrt{3}$	0,25
	2	Ta có: $B = \left( \frac{15 - \sqrt{x}}{x - 25} + \frac{2}{\sqrt{x} + 5} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 5}$ ( $x \geq 0; x \neq 25$ ) $B = \left( \frac{15 - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} + \frac{2(\sqrt{x} - 5)}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
		$B = \frac{15 - \sqrt{x} + 2(\sqrt{x} - 5)}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
		$B = \frac{15 - \sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 10}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1}$ $B = \frac{\sqrt{x} + 5}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
		$B = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
	3	Ta có: $C = B - A = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$ ( $x \geq 0; x \neq 25$ ) $C = \frac{1 - 1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ .	0,25
		Để $C \in \mathbb{Z}$ thì $\frac{1}{\sqrt{x} + 1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x} + 1 \in U(1) = \{1; -1\}$ Vì $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 \geq 1$ $\Rightarrow \sqrt{x} + 1 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (TMĐK) Vậy $x = 0$ thì C nguyên.	0,25

Bài	Ý	Hướng dẫn	Điểm
2	1	<p><b>Cách 1: Giải bài toán bằng cách lập phương trình:</b></p> <p>Độ dài quãng đường còn lại là: <math>400 - 180 = 220</math> (Km)</p> <p>Gọi vận tốc ban đầu của ô tô là <math>x</math> (Km/h; <math>x &gt; 0</math>)</p> <p>Vận tốc của ô tô trên quãng đường còn lại là: <math>x + 10</math> (Km/h)</p>	0,5
		<p>Thời gian ô tô đi hết 180km đầu là: <math>\frac{180}{x}</math> (giờ)</p> <p>Thời gian ô tô đi hết 220km còn lại là: <math>\frac{220}{x + 10}</math> (giờ)</p>	0,5
		<p>Vì ô tô đi hết quãng đường là 8 giờ nên ta có phương trình:</p> $\frac{180}{x} + \frac{220}{x + 10} = 8$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{180(x + 10)}{x(x + 10)} + \frac{220x}{x(x + 10)} = 8$ $\Leftrightarrow \frac{180x + 1800 + 220x}{x^2 + 10x} = 8 \Leftrightarrow \frac{400x + 1800}{x^2 + 10x} = 8$ $\Rightarrow 400x + 1800 = 8(x^2 + 10x)$ $\Leftrightarrow 400x + 1800 = 8x^2 + 80x \Leftrightarrow 8x^2 - 320x - 1800 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 40x - 225 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 45x + 5x - 225 = 0$ $\Leftrightarrow x(x - 45) + 5(x - 45) = 0 \Leftrightarrow (x - 45)(x + 5) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 45 = 0 \\ x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \text{ (TM)} \\ x = -5 \text{ (Loại)} \end{cases}$	0,5
		<p>Vậy vận tốc ban đầu của ô tô là 45 Km/h.</p>	0,25
		<p><b>Cách 2: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:</b></p> <p>Gọi vận tốc ban đầu của ô tô là <math>x</math> (Km/h; <math>x &gt; 0</math>)</p> <p>Gọi vận tốc lúc sau của ô tô là <math>y</math> (Km/h; <math>y &gt; 10</math>)</p>	0,25
		<p>Vì vận tốc lúc sau tăng 10km/h so với lúc trước nên ta có phương trình:</p> $y - x = 10 \quad (1)$ <p>Độ dài quãng đường còn lại là: <math>400 - 180 = 220</math> (Km)</p>	0,25
		<p>Thời gian ô tô đi hết 180km đầu là: <math>\frac{180}{x}</math> (giờ)</p> <p>Thời gian ô tô đi hết 220km còn lại là: <math>\frac{220}{y}</math> (giờ)</p>	0,5

Bài	Ý	Hướng dẫn	Điểm
2	1	Vì ô tô đi hết hết quãng đường là 8 giờ nên ta có phương trình: $\frac{180}{x} + \frac{220}{y} = 8 \quad (2)$	0,25
		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} y - x = 10 \\ \frac{180}{x} + \frac{220}{y} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 10 \\ \frac{180}{x} + \frac{220}{x + 10} = 8 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 10 \\ 180x + 1800 + 220x = 8x^2 + 80x \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 10 \\ \begin{cases} x = 45 \text{ (tm)} \\ x = -5 \text{ (loại)} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 55 \text{ (t/m)} \\ x = 45 \text{ (t/m)} \end{cases}$	0,5
	Vậy vận tốc ban đầu của ô tô là 45km/h.	0,25	
	2	Gọi chiều cao của ống hút là: $h \text{ (cm)} \Rightarrow h = 16\text{cm}$ . Gọi đường kính đáy của ống hút là: $d \text{ (cm)} \Rightarrow d = 0,4\text{cm}$ . Gọi bán kính đáy của ống rút là: $R \text{ (cm)}$ . $\Rightarrow R = \frac{d}{2} = \frac{0,4}{2} = 0,2 \text{ (cm)}$ Diện tích xung quanh 1 ống hút là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2.3,14.0,2.16 \approx 20,096 \text{ (cm}^2\text{)}$	0,25
	Diện tích xung quanh của 40 ống hút là: $40.S_{xq} = 40.20,096 \approx 803,84 \text{ (cm}^2\text{)}$ .	0,25	
3	1	$\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+3} = 4 \\ x+y - 3\sqrt{x+3} = -5 \end{cases} \quad (x \geq -3)$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 6(x+y) + 3\sqrt{x+3} = 12 \\ x+y - 3\sqrt{x+3} = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7(x+y) = 7 \\ x+y - 3\sqrt{x+3} = -5 \end{cases}$	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 1 \\ 1 - 3\sqrt{x+3} = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 1 \\ \sqrt{x+3} = 2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 1 \\ x+3 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1+y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (TM)} \\ y = 0 \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$	0,25	

Bài	Ý	Hướng dẫn	Điểm
3		$x^2 - (m - 1)x - m = 0 \quad (1)$ <p>+) Ta có: <math>\Delta = b^2 - 4ac = [-(m - 1)]^2 - 4.1.(-m) = m^2 - 2m + 1 + 4m</math>  <math display="block">= m^2 + 2m + 1 = (m + 1)^2</math></p> <p>+) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  <math>\Leftrightarrow \Delta &gt; 0 \Leftrightarrow (m + 1)^2 &gt; 0 \Leftrightarrow m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1.</math></p> <p>Vậy với <math>m \neq -1</math> thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt <math>x_1; x_2.</math> +)</p> <p>Áp dụng định lí Vi-et, ta có:</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = m - 1 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -m \end{cases} \quad (2)$	0,25
2		<p>+) Theo đề bài ta có:</p> $\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2) + 4}{x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4} = \frac{1}{2} \quad (3)$ <p>+) Thay (2) vào (3) ta được:</p> $\frac{m - 1 + 4}{-m + 2(m - 1) + 4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{m + 3}{m + 2} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow 2m + 6 = m + 2 \Leftrightarrow 2m - m = 2 - 6 \Leftrightarrow m = -4 \text{ (TMĐK)}$ <p>Vậy <math>m = -4</math> thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn yêu cầu bài toán.</p>	0,25
4	1	<p><b>Chứng minh tứ giác APMC nội tiếp:</b></p> <p>+) Xét nửa đường tròn (O) có:</p> $\widehat{xAB} = 90^\circ \text{ (Ax là tiếp tuyến tại A).}$ $\widehat{ABy} = 90^\circ \text{ (By là tiếp tuyến tại B).}$ $\widehat{CMP} = \widehat{CMQ} = 90^\circ \text{ (CM} \perp \text{PQ tại M).}$	0,25

Bài	Ý	Hướng dẫn	Điểm
4		+) Xét tứ giác $APMC$ có: $\widehat{CAP} + \widehat{CMP} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác $APMC$ nội tiếp đường tròn đường kính $PC$ (Tổng hai góc đối bằng $180^\circ$ ).	0,5
		<b>Chứng minh <math>\triangle MAB \sim \triangle CPQ</math>:</b> +) Xét tứ giác $BCMQ$ có: $\widehat{CMQ} + \widehat{CBQ} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác $BCMQ$ nội tiếp đường tròn đường kính $CQ$ (Tổng hai góc đối bằng $180^\circ$ ). $\Rightarrow \widehat{CBM} = \widehat{CQM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{CM}$ ) +) Vì tứ giác $ACMP$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{CPM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{CM}$ )	0,5
	2	+) Xét $\triangle MAB$ và $\triangle CPQ$ có: $\widehat{MAB} = \widehat{CPQ}$ (cmt) $\widehat{ABM} = \widehat{CQP}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle CPQ$ ( $g - g$ ).	0,5
	3	<b>Chứng minh <math>OM</math> đi qua trung điểm của <math>DE</math>:</b> +) Gọi $I$ là giao điểm của $OM$ và $DE$ . +) Xét nửa đường tròn $(O)$ có: $\widehat{DME} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{DME} = \widehat{DCE} = 90^\circ$ (Vì $\triangle MAB \sim \triangle CPQ$ ). +) Xét tứ giác $MDCE$ có: $\widehat{DME} = \widehat{DCE} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{DME} + \widehat{DCE} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác $MDCE$ nội tiếp đường tròn đường kính $DE$ (Tổng hai góc đối bằng $180^\circ$ ). $\Rightarrow \widehat{MED} = \widehat{MCD}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{DM}$ ) Hay $\widehat{MED} = \widehat{MCP}$ (1)	0,25

Bài	Ý	Hướng dẫn	Điểm
4	3	<p>+) Vì tứ giác <math>ACMP</math> nội tiếp đường tròn đường kính <math>PC</math>  <math>\Rightarrow \widehat{MAP} = \widehat{MCP}</math> (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung <math>\widehat{PM}</math>) (2)</p> <p>+) Xét nửa đường tròn <math>(O)</math> có:  <math>\widehat{MAP} = \widehat{ABM}</math> (Góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung <math>\widehat{AM}</math>) (3)</p> <p>Từ (1), (2) và (3) <math>\Rightarrow \widehat{MED} = \widehat{MBA}</math></p> <p>Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị  <math>\Rightarrow DE \parallel AB</math>.</p>	0,25
		<p>+) Xét <math>\triangle AMO</math> có <math>DI \parallel AO</math>  <math>\Rightarrow \frac{MI}{MO} = \frac{DI}{AO}</math> (Hệ quả của định lí Ta-lét) (4)</p> <p>+) Xét <math>\triangle BMO</math> có <math>EI \parallel OB</math>  <math>\Rightarrow \frac{MI}{MO} = \frac{EI}{OB}</math> (Hệ quả của định lí Ta-lét) (5)</p> <p>Từ (4) và (5) <math>\Rightarrow \frac{DI}{OA} = \frac{EI}{OB}</math></p>	0,25
		<p>Mà <math>OA = OB (= R)</math></p> <p><math>\Rightarrow DI = EI</math></p> <p><math>\Rightarrow I</math> là trung điểm của <math>DE</math>.</p> <p><math>\Rightarrow OM</math> đi qua trung điểm của <math>DE</math>.</p>	0,25
5		<p>Ta có: <math>a + b + c + ab + bc + ca = 6abc</math>  <math>\Rightarrow \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 6</math>.</p> <p>Theo bất đẳng thức Cô - si ta có:  <math>\frac{1}{2} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \geq \frac{1}{ab}, \frac{1}{2} \left( \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq \frac{1}{bc}, \frac{1}{2} \left( \frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} \right) \geq \frac{1}{ca}</math>  <math>\frac{1}{2} \left( \frac{1}{a^2} + 1 \right) \geq \frac{1}{a}, \frac{1}{2} \left( \frac{1}{b^2} + 1 \right) \geq \frac{1}{b}, \frac{1}{2} \left( \frac{1}{c^2} + 1 \right) \geq \frac{1}{c}</math></p> <p>Cộng vế với vế của các bất đẳng thức trên ta được:  <math>\frac{3}{2} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) + \frac{3}{2} \geq 6 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}</math>  <math>\Leftrightarrow \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq 3</math> (điều phải chứng minh)</p>	0,5